si trova

S : Px : Ti : S: = a : b '' o : d> ^ ' $ 2 - y 2 - % 2 = — a - ' t > H

$h_i = h$, $h_z = h$

— *2la.* Per ciò le coordinate del punto

armonico sono

kw$_{OI}$ = 2(*h* — *la)d,* ossia

Analogamente si otterrebbero le coordinate degli altri 27 punti, che per brevità omettiamo di trascrivere, e che si deducono per simmetria da quelle dei punti armonici esistenti nei segmenti 01, 12, ol, il, III. Tutte queste coordinate soddisfanno alla equazione

, . *la*^{2} . *mb*^{2} . *ne*^{2} . *pd*^{2}

(3) T+7- + T+- =0 >

che rappresenta un luogo geometrico passante per tutti i 28 punti anzidetti, e che appartiene evidentemente ad una superficie di terz'ordine che contiene intieramente i sei spigoli del tetraedro fondamentale.

Questa superficie fu già considerata da CAYLEY *), il quale ha dimostrato che i piani tangenti ad essa lungo due spigoli opposti del tetraedro si segano a due a due iii tre rette giacenti in un medesimo piano, e giacenti anco intieramente nella superficie.

Infatti, rappresentando con *X, Y,* Z, *W* le coordinate del piano tangente nel punto x> *y> K.> w)* s^ ha> Per questo piano tangente, l'equazione

(*mb*^{2}^*w* ~j- *nfwy* + *pd*^{2}*y*^)*X* -{- (*Ia*^{2}% *w* -|- *ne*^{2} *w* x-f- *p d*^{2} *x$ Y*

-f- (*Icfyw* -f- *mb*^{2}*wx* -f *pd*^{2} *xy)Z* -f- (*Icfy*^ -|- *mb*^{2} ^*x* -)- *ne*^{2} *xy)*

W= o . Quindi, i due piani tangenti alla superficie lungo gli spigoli

x = *y* — o, ^ = *w* = o *y*

*) Journal de Mathématiques pures et appliquées, t. IX (1844), pag. 285.